

УТВЕРЖДАЮ



Ректор СГАУ

доктор технических наук, профессор

Шахматов Е.В.

2016 года

О Т З Ы В

ведущей организации – федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)» о диссертации Машкова Евгения Юрьевича «Дифференциальные уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Пусть L и M – постоянные $n \times n$ матрицы, причем L вырождена, а M – невырождена. Система обыкновенных дифференциальных уравнений в R^n вида

$$L\dot{x}(t) = Mx(t) + f(t),$$

где $x(t)$ и $f(t)$ – n -мерные векторы, называется *дифференциальным уравнением леонтьевского типа*, поскольку ее прототипом является знаменитая балансовая модель В.В. Леонтьева «затраты – выпуск». Заметим, что дифференциальное уравнение леонтьевского типа является частным случаем линейного уравнения соболевского типа и моделирует не только экономические, но и физические, технические и биологические системы. В связи с этим рассматриваемые уравнения представляет значительный интерес для изучения. Отметим работы Л.А. Власенко, Г.В. Демиденко, А.В. Келлер,

Г.А. Свиридюка, М.А Сагадеевой, С.М. Чуйко, В.Ф. Чистякова, А.Г. Руткаса, М. С. Филипковской, S.L. Campbell и многих других., посвященные изучению дифференциальных уравнений леонтьевского типа.

Особенно важно для приложений рассматриваемых уравнений учитывать помехи, которые обычно задаются процессом типа белого шума $\dot{w}(t)$, т.е. рассматривать дифференциальные уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями $L\dot{\xi}(t) = M\xi(t) + f(t) + \dot{w}(t)$. Уравнения с помехами исследовались различными методами в работах А.Л. Шестакова, Г.А. Свиридюка, А.Г. Руткаса совместно с Л.А. Власенко и С.И. Ляшко и других.

Специфика дифференциальных уравнений леонтьевского типа требует для их изучения рассмотрения производных высших порядков от свободных членов. С учетом помех требуется рассмотрение производных от белого шума. Известно, что производные от винеровского процесса и белого шума существуют только в обобщенных функциях. Разработанные А.Л. Шестаковым и Г.А. Свиридюком и независимо диссертантом два альтернативных подхода основаны на замене белого шума и производных от белого шума на симметрические производные в среднем (текущие скорости) винеровского процесса.

Понятие производных в среднем было введено Э. Нельсоном в 50-х годах XX века. Известно, что текущие скорости для случайных процессов являются естественными аналогами физической скорости детерминированных процессов. В работах А.Л. Шестакова и Г.А. Свиридюка обоснована замена белого шума на текущую скорость винеровского процесса и показано, что такая замена позволяет адекватно описывать реальные процессы.

Таким образом, актуальность выбранной темы не вызывает сомнений.

Перейдем к обзору основных результатов диссертации.

Диссертация Машкова Евгения Юрьевича, выполненная в Курском государственном университете, объемом 119 страниц, состоит из введения и пяти глав, списка литературы, состоящего из 47 наименований использованных источников и 15 наименований публикаций автора по теме диссертации.

Во введении кратко излагается актуальность исследования, приводится обзор основных результатов работы.

Первая глава диссертации носит вспомогательный характер, в ней приводятся предварительные сведения из теории производных в среднем и теории матриц.

Во второй главе диссертации доказана лемма о вычислении симметрических производных в среднем высших порядков от винеровского процесса, получены утверждения о приведении к каноническому виду дифференциальных уравнений леонтьевского типа со случайными возмущениями. Доказаны теоремы о разрешимости дифференциальных уравнений леонтьевского типа со случайными возмущениями с регулярным и сингулярным пучками постоянных матриц коэффициентов в терминах текущих скоростей винеровского процесса.

В третьей главе рассматриваются дифференциальные уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями и импульсными воздействиями в правой части с регулярным и сингулярным пучками постоянных матриц. Для рассматриваемых в этой главе уравнений доказаны теоремы о разрешимости в терминах симметрических производных в среднем винеровского процесса.

Четвертая глава диссертации посвящается исследованию дифференциальных уравнений леонтьевского типа с матрицами, зависящими от времени. Для уравнений с вещественно-аналитическими, а также с C^∞ -гладкими пучками квадратных матриц, удовлетворяющими теоремам В.Ф. Чистякова и заранее приведенным к каноническому виду, доказаны теоремы о разрешимости в терминах текущих скоростей винеровского процесса. Для уравнений со случайными возмущениями с прямоугольными непрерывными матрицами приводится модификация подхода для исследования, описанного в работах Ю.Е. Бояринцева для соответствующих дифференциальных уравнений без случайных возмущений. Получены необходимые и достаточные условия существования решений, достаточные условия существования решений, а также формулы для вычисления решений в терминах псевдообратных матриц.

В пятой главе вводится в рассмотрение новый класс уравнений – дифференциальные уравнения леонтьевского типа в терминах текущих скоростей решения. Для введенного класса уравнений доказаны теоремы о существовании решений с различными типами коэффициентов диффузии.

Таким образом, результаты диссертационной работы являются важными и актуальными для специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отмечая в целом четкость и полноту доказательств, приведенных в диссертации результатов, следует сделать несколько замечаний:

1. На странице 7 во второй и третьей строках п. 4. следует написать «... с непрерывными прямоугольными матрицами», в работе пропущено слово «непрерывными»

2. В первой главе диссертации можно было не приводить лемму 1.1.2 на странице 23, т. к. она дальше нигде не используется;
3. На странице 88 в самом начале лучше было бы описать содержание параграфа следующим образом: «Результатом параграфа являются утверждения, в которых для рассматриваемой системы с данными начальными условиями получены необходимые и достаточные условия существования решений, достаточные условия существования решений, а также формулы для вычисления этих решений»;
4. На странице 104 формулу в восьмой строке следовало бы записать так:
$$d = \text{rank } \tilde{L} = \text{deg}[\det(\lambda \tilde{L} + \tilde{M})].$$

В настоящем варианте то, что $d = \text{rank } \tilde{L}$, сказано лишь в конце параграфа на странице 106 (в теореме 5.1.1)

5. На странице 107 в первом предложении после формулы (5.2.1) написано " \tilde{L} и \tilde{M} ", т.е. пропущено $\tilde{f}(t)$. В результате в § 5.2 до Теоремы 5.2 нигде не указано, что это за функция $\tilde{f}(t)$ и какими свойствами она обладает.

Указанные замечания не снижают ценность результатов, полученных в диссертационной работе, и не влияют на ее теоретическую и практическую значимость.

Полученные в диссертации результаты являются новыми и строго доказанными. Материалы диссертации докладывались на международной научно-практической конференции «Измерения: состояние, перспективы развития» (Челябинск, 2012), на Воронежской зимней математической школе С.Г. Крейна (Воронеж, 2014), на Воронежских весенних математических школах «Понтрягинские чтения»: «Современные методы теории краевых задач» (Воронеж, 2014, 2015), на Крымской международной осенней математической школе-симпозиуме по спектральным и эволюционным задачам (Судак, Россия 2014). Результаты диссертации опубликованы в пятнадцати работах, пять из которых – в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Работа имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Самарском государственном аэрокосмическом университете имени академика С.П. Королева, Уральском государственном университете, Южно-Уральском государственном университете, Курском государственном университете,

Воронежском государственном университете и других научных организациях.

На основании изложенного выше считаем, что диссертационная работа «Дифференциальные уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями» удовлетворяет всем требованиям пункта 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Евгений Юрьевич Машков заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук профессором Щепakiной Е.А. Отзыв обсужден и утвержден на расширенном заседании кафедры дифференциальных уравнений и теории управления 11 февраля 2016 года, протокол № 6.

Заведующий кафедрой дифференциальных уравнений и теории управления доктор физико-математических наук, профессор
телефон: (846)3345438,
e-mail: hsablem@gmail.com

Соболев Владимир Андреевич

Профессор кафедры дифференциальных уравнений и теории управления доктор физико-математических наук, профессор
телефон: (846)3345438,
e-mail: shchepakina@yahoo.com

Щепакина Елена Анатольевна

СОБСТВЕННОРУЧНУЮ ПОДПИСЬ
УДОСТОВЕРЯЮ ЗАВ. КАНЦЕЛЯРИЕЙ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)» СГАУ



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)» (СГАУ)
443086, г. Самара, Московское шоссе, 34
телефон: (846)3351826, e-mail: ssau@ssau.ru, адрес сайта: www.ssau.ru